

Državno natjecanje iz fizike

srednja škola – četvrta skupina

13. svibnja 2026.

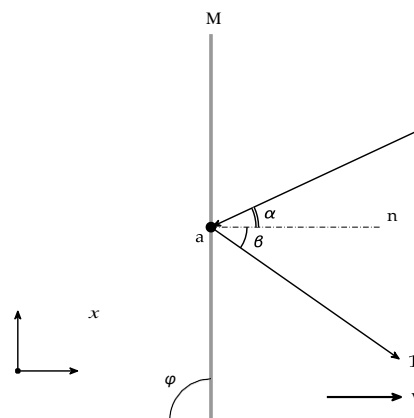
1. U dubokom svemiru nalazi se crna kocka mase m i stranice duljine s , koja se ponaša kao idealno crno tijelo. Kocka je izložena uniformnom snopu zračenja intenziteta I , koje dolazi iz jednog (dobro definiranog) smjera. Prema Prévostovoj teoriji izmjene, tijelo u termičkoj ravnoteži emitira istu količinu energije koju prima. Snaga koju tijelo emitira definirana je Stefan-Boltzmannovim zakonom. [20 bodova]

Luminozitet predstavlja ukupnu energiju zračenja koju zvijezda emitira u svim smjerovima u jednoj sekundi.

- (a) Dimenzijskom analizom izvedite Stefan-Boltzmannovu konstantu σ pomoću univerzalnih konstanti: Boltzmannove konstante k_B , brzine svjetlosti c i Planckove konstante h , zanemarujući bezdimenzijski numerički pretfaktor.
- (b) Izrazite ukupnu snagu zračenja koju kocka emitira u prostor ako se nalazi na temperaturi T pomoću s , σ i T .
- (c) Pomoću I i σ , izrazite minimalnu (T_{\min}) i maksimalnu (T_{\max}) ravnotežnu temperaturu kocke.
- (d) Kuglu, jednakog oplošja i jednake mase m kao dosad korištena kocka, postavimo na konačnu udaljenost od zvijezde luminoziteta L i mase M . Elektromagnetski val koji prenosi snagu P na tijelo djeluje na njega silom $F = P/c$. Pomoću gravitacijske konstante G , mase zvijezde M , mase kugle m , brzine svjetlosti c i duljine s , izrazite luminozitet L^* pri kojemu je kugla u mehaničkoj ravnoteži. Kugla je idealan apsorber pa se ponaša kao crno tijelo. Zanemarite utjecaj kugle na zvijezdu.
2. Ravno ogledalo giba se u vakuumu relativističkom brzinom v u smjeru x -osi. Ogledalo je postavljeno tako da zatvara kut φ s osi gibanja. Mjereno u laboratorijskom sustavu, zraka svjetlosti upada na ogledalo pod kutom α u odnosu na normalu ogledala n , a odbija se pod kutom β u odnosu na normalu ogledala. [18 bodova]
- Lorentzova transformacija za energiju i količinu gibanja između dvaju inercijskih sustava S i S' (gdje se S' giba brzinom v u smjeru x -osi u odnosu na S) glasi:

$$p'_x = \gamma \left(p_x - \frac{v}{c^2} E \right) \quad p'_y = p_y \quad E' = \gamma (E - vp_x)$$

- (a) Za slučaj $\phi = 90^\circ$, $\vec{v} = v\hat{x}$, izvedite izraz za ili $\sin \alpha - \sin \beta$ ili $\sin \alpha + \sin \beta$ pomoću omjera $\frac{v}{c}$, $\sin(\alpha - \beta)$ i $\sin(\alpha + \beta)$.
- (b) Za slučaj $\phi = 90^\circ$, $\vec{v} = 0.4 c \hat{x}$, $\alpha = 30^\circ$, izračunajte kut β .



3. Atomski broj berilija je 4. Riješite nezavisne probleme koji uključuju atome ili ione berilija: [18 bodova]

- (a) Vodikoliki ioni jesu jednostavni atomski sustavi s jednim elektronom (npr. He^+ , Be^{3+}), pa se mogu opisati pomoću Bohrova modela. U odnosu na vodik, povećani nuklearni naboj Z mijenja i radijuse orbita i energijske razine. Radijusi orbita mijenjaju se za faktor Z , a energijske razine za Z^2 .
- (i) Trostruko ionizirani berilij (Be^{3+}) ima isti radijus orbite kao osnovno stanje atoma vodika. Koliki je glavni kvantni broj n za taj ion Be^{3+} ?
- (ii) Valentni elektron u ionu Be^{3+} prelazi iz stanja $n = 4$ u stanje $n = 3$. Izračunajte valnu duljinu emitiranog fotona u tom procesu. Kojemu području elektromagnetskog spektra pripada ta valna duljina? (infracrveno zračenje, vidljiva svjetlost, ultraljubičasto zračenje, rendgensko zračenje, gama-zračenje)
- (b) Alfa-čestica kinetičke energije $E_k = 7 \text{ MeV}$ sudara se s mirujućom jezgrom ^9Be . Nakon elastičnog raspršenja, pravci gibanja čestica zatvaraju kut od 60° . Izračunajte kinetičku energiju uzmaknute jezgre berilija.
- (c) Promatramo proces neposredno nakon kratkotrajnog ozračivanja mete (vrijeme ozračivanja je zanemarivo u odnosu na vrijeme poluraspada) u kojemu nastaje radionuklid. Prinos nuklearne reakcije koja stvara radionuklide može se opisati na dva načina: bilo veličinom w (omjer broja nuklearnih reakcija i broja bombardirajućih čestica) bilo veličinom k (omjer aktivnosti nastalog radionuklida i broja bombardirajućih čestica). Izračunajte:
- (i) vrijeme poluraspada nastalog radionuklida, pomoću w i k .
- (ii) prinos w reakcije $^7\text{Li}(p, n)^7\text{Be}$ ako nakon bombardiranja mete od litija snopom protona (trajanje $t = 7.2 \text{ s}$, struja snopa $I = 10 \text{ mA}$) aktivnost ^7Be iznosi $A = 1.35 \cdot 10^8 \text{ Bq}$, a njegovo je vrijeme poluraspada je $T_{1/2} = 53 \text{ dana}$.

4. U suvremenoj medicinskoj dijagnostici izotop tehnećij-99m (^{99m}Tc) upotrebljava se kao radioaktivni marker. On se proizvodi u bolničkim generatorima iz molibdena-99, koji nastaje ozračivanjem mete neutronima. Slovo m u oznaci označava metastabilno stanje, a vrijeme poluraspada izotopa ^{99m}Tc iznosi 6 h. [14 bodova]

- (a) Napišite uravnoteženu jednadžbu nuklearne reakcije u kojoj jezgra $^{98}_{42}\text{Mo}$ apsorbira spori neutron i prelazi u $^{99}_{42}\text{Mo}$. Izračunajte početnu aktivnost A_0 uzorka od $10\ \mu\text{g}$ čistog $^{99}_{42}\text{Mo}$ ako je njegovo vrijeme poluraspada $T_{1/2} = 66\ \text{h}$.
- (b) Pacijentu se u krvotok injektira otopina markera ^{99m}Tc početne aktivnosti $R_0 = 1.2 \cdot 10^6\ \text{Bq}$. Nakon 30 minuta, kada se marker jednoliko rasporedio, uzme se uzorak od 10 mL krvi. Izmjerena aktivnost tog uzorka iznosi $2.41 \cdot 10^3\ \text{Bq}$. Odredite ukupni volumen krvi u tijelu pacijenta.
- (c) Marker prolazi kroz suženje (stenozu) u arteriji gdje se polumjer smanji za 50 %. Ako je brzina krvi u zdravom dijelu arterije $v_1 = 0.4\ \text{m/s}$, a gustoća krvi $\rho = 1050\ \text{kg/m}^3$, izračunajte promjenu statičkog tlaka u suženju, zanemarujući gravitacijske učinke i viskoznost.
- (d) Nakon snimanja, ^{99m}Tc se iz tijela eliminira dvama neovisnim procesima istovremeno:
- radioaktivnim raspadom s poluvremenom $T_{\text{rad}} = 6\ \text{h}$
 - biološkim izlučivanjem putem bubrega s biološkim poluvremenom $T_{\text{bio}} = 30\ \text{h}$ (koje smo zanemarili u zadatku pod (b)).

Izračunajte efektivno poluvrijeme T_{eff} markera u tijelu, odnosno vrijeme nakon kojega se njegova količina smanji na polovicu početne vrijednosti.